Κύματα
Εξισώσεις – Μεθοδολογία

Η εξίσωση του κύματος που εκφράζει την απομάκρυνση y ενός σημείου του μέσου, έστω Μ, που απέχει απόσταση χ από την πηγή τη χρονική στιγμή t, είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \mu\varepsilon \quad t \geq \frac{x}{\upsilon}$$

Η ταχύτητα με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Μ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_{\tau\alpha\lambda} = \upsilon_{\tau\alpha\lambda.max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η επιτάχυνση με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Μ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = -\omega^2 A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνονται, από τις εξισώσεις:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{\tau\alpha\lambda.} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\sigma\upsilon\nu^2 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = E_{\tau\alpha\lambda.}\sigma\upsilon\nu^2 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = E_{\tau\alpha\lambda.}\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

❖ Ένα κύμα, διαδίδεται στο μέσο με μια σταθερή ταχύτητα υ, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \lambda . f$$

ενώ ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει το κύμα σ' ένα σημείο, αν η απόσταση του σημείου από την πηγή είναι χ, **και δεν υπάρχει αρχική φάση**, είναι:

$$t = \frac{x}{\upsilon}$$

***Παρατήρηση**: α)Η αρχική φάση φ_o βρίσκεται θέτοντας στη φάση χ=0 και t=0.*
***β)** θέτοντας στη φάση t=0 και φ=0 βρίσκουμε που έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή μηδέν*

Έτσι , αν θέλουμε να υπολογίσουμε ένα από τα παραπάνω μεγέθη μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1 , για ένα σημείο Μ που απέχει απόσταση χ_1, από την πηγή, πρέπει πρώτα να ελέγχουμε αν το συγκεκριμένο κύμα έχει φθάσει στο Μ τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1 (μέσω του τύπου $\chi_1=\upsilon t_1$).

❖ Αν αναφερόμαστε στην πηγή του κύματος ισχύουν όλες οι παραπάνω εξισώσεις θέτοντας χ=0.

➢ *Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε πόσα σημεία του μέσου μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1, έχουν μια συγκεκριμένη τιμή απομάκρυνσης (ή ταχύτητας ή επιτάχυνσης κ.λ.π.), έστω y_1, δουλεύουμε ως εξής:*

1. *Υπολογίζουμε την απόσταση από την πηγή χ_1 στην οποία έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t_1, με τον τύπο $\chi_1=\upsilon.t_1$.*
2. *Αντικαθιστούμε στην εξίσωση απομάκρυνσης τις τιμές y_1 και t_1 .*
3. *Επιλύουμε την ημιτονοειδή εξίσωση που προκύπτει απ' όπου παίρνουμε δύο δέσμες λύσεων τις οποίες λύνουμε ως προς χ.*
4. *Βάζουμε τον περιορισμό $0 \leq x \leq x_1$ στον οποίο αντικαθιστούμε το χ από τις δέσμες λύσεων της ημιτονοειδούς εξίσωσης.*
5. *Από το εύρος των τιμών του κ επιλέγουμε μόνο τις ακέραιες.*
6. *Το πλήθος των ακεραίων τιμών του κ δίνει και τον ζητούμενο αριθμό των σημείων.*

ΣΤΟΥΠΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

Παράδειγμα

Έστω η εξίσωση του αρμονικού κύματος $y = 0{,}1\eta\mu 2\pi(20t - 100x)$. *Να βρεθεί ο αριθμός των σημείων του μέσου που τη χρονική στιγμή t_1=0,3 s η απομάκρυνση τους από τη θέση ισορροπίας είναι y_1=+0,05 m.*

Από την εξίσωση του κύματος βρίσκουμε υ=0,2 m/s. Άρα :

1. $x_1 = 0{,}2 \cdot 0.3 = 0{,}06\text{m}$
2. $0{,}05 = 0{,}1\eta\mu 2\pi(20 \cdot 0{,}3 - 100x)$ *ή* $\eta\mu(12\pi - 200\pi x) = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$
3. $12\pi - 200\pi x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$ *και* $12\pi - 200\pi x = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6}$ *δηλαδή είναι:*

   $x = \frac{71 - 12k}{1200}$ *και* $x = \frac{67 - 12k}{1200}$
4. $0 \le \frac{71 - 12k}{1200} \le 0{,}06$ *ή* $0{,}08 \le \kappa \le 5{,}92$

   $0 \le \frac{67 - 12k}{1200} \le 0{,}06$ *ή* $0{,}42 \le \kappa \le 5{,}58$
5. *Από την 1^{η} δέσμη λύσεων οι ακέραιες τιμές του κ είναι 0,1,2,3,4,5*

   Από την 2^{η} δέσμη λύσεων οι ακέραιες τιμές του κ είναι 0,1,2,3,4,5
6. *Άρα προκύπτουν συνολικά 12 σημεία που την χρονική στιγμή t_1=0,3 s η απομάκρυνση τους από τη θέση ισορροπίας είναι y_1=+0,05 m.*

Φάση

❖ Η φάση του σημείου Μ συναρτήσει του χρόνου δίνεται από την εξίσωση:

$$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ πάντα } \phi \ge 0$$

❖ Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων Μ και Ν, που απέχουν αντίστοιχα από την πηγή αποστάσεις χ_M και χ_N , μια δεδομένη χρονική στιγμή t_1, υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta\phi = \phi_M - \phi_N = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_N}{\lambda}\right) = 2\pi\left(-\frac{x_M}{\lambda} + \frac{x_N}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

$$\text{Οπότε } \boldsymbol{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\chi}$$

❖ Η διαφορά φάσης ενός σημείου Μ, που απέχει από την πηγή απόσταση χ_M, μεταξύ δύο διαφορετικών χρονικών στιγμών t_1 και t_2 (ουσιαστικά μεταξύ δύο διαφορετικών απομακρύνσεων του σημείου Μ που συμβαίνουν τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2), υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta\phi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) = 2\pi\left(-\frac{t_1}{T} + \frac{t_2}{T}\right) = \frac{2\pi}{T}\Delta t$$

$$\text{Οπότε } \boldsymbol{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\Delta t}$$

❖ Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων σημαίνει απλά ότι όταν το ένα σημείο φτάνει στη θέση ισορροπίας του το άλλο χρειάζεται κάποιο χρόνο για να φθάσει και αυτό στη δική του θέση ισορροπίας με την ίδια φορά. Ο χρόνος αυτός είναι ίσος με το χρόνο που απαιτείται ώστε το κύμα να φτάσει από το ένα σημείο στο άλλο και υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta x = \upsilon.\Delta t \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta t = \frac{\Delta x}{\upsilon}}} \quad \text{ή}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi\frac{\upsilon \cdot \Delta t}{\lambda} \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \Delta\phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}}}$$

❖ Σε **συμφωνία φάσης** βρίσκονται δύο σημεία όταν έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα. Αυτό συμβαίνει όταν **Δφ=2κπ** (η διαφορά τους είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π) **ή Δχ=κλ**

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ ΦΥΣΙΚΟΣ

❖ Σε **αντίθεση φάσης** βρίσκονται δύο σημεία όταν έχουν αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα. Αυτό συμβαίνει όταν **Δφ=(2κ+1)π** (η διαφορά τους είναι περιττό πολλαπλάσιο του π) ή $\mathbf{\Delta x = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}}$

➢ *Αν θέλουμε να υπολογίσουμε πόσα σημεία βρίσκονται σε συμφωνία ή αντίθεση φάσης με την πηγή τη χρονική στιγμή t_1, δουλεύουμε ως εξής:*

1. *Υπολογίζουμε την απόσταση από την πηγή χ_1 στην οποία έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t_1, με τον τύπο $\chi_1=\upsilon t_1$.*
2. *παίρνουμε τη σχέση(για συμφωνία φάσης)* $\Delta\phi = 2\kappa\pi \Rightarrow 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2\kappa\pi \Rightarrow \mathbf{\Delta x = \kappa\lambda}$

ή τη σχέση(για αντίθεση φάσης) $\Delta\phi = (2\kappa+1)\pi \Rightarrow 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = (2\kappa+1)\pi \Rightarrow \mathbf{\Delta x = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2}}$

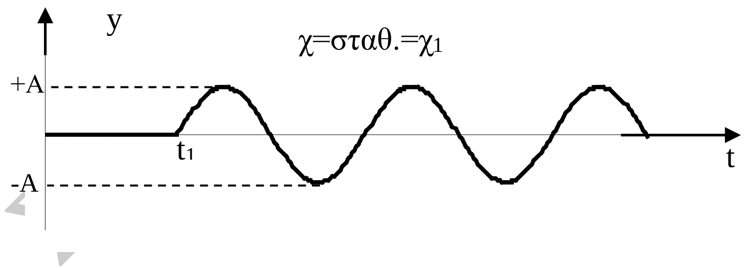
3. *Βάζουμε τον περιορισμό* $0 \le \Delta x \le x_1$ *στον οποίο αντικαθιστούμε το Δχ από την παραπάνω σχέση.*
4. *Από το εύρος των τιμών του κ επιλέγουμε μόνο τις ακέραιες.*
5. *Το πλήθος των ακέραιων τιμών του κ δίνει και το ζητούμενο αριθμό σημείων.*

Γραφικές παραστάσεις

Α) Απομάκρυνση y ενός σημείου του μέσου, έστω Μ, που απέχει απόσταση χ_1 από την πηγή συναρτήσει του χρόνου

Εξίσωση: $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})$

1. Υπολογίζουμε σε πόσο χρόνο το κύμα φτάνει στο Μ με τον τύπο $t_1 = \frac{x_1}{\upsilon}$ (που ισχύει **μόνο** όταν δεν υπάρχει αρχική φάση της πηγής των κυμάτων) ή στη γενική περίπτωση που υπάρχει αρχική φάση της πηγής των κυμάτων υπολογίζουμε τον t_1 για να αρχίσει να ταλαντώνεται το σημείο Μ από τη συνθήκη $\varphi_M \ge 0$. Αυτό σημαίνει ότι για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le t_1$ θα είναι y=0.
2. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση y=ημφ, ξεκινώντας από το σημείο t_1 του άξονα t.



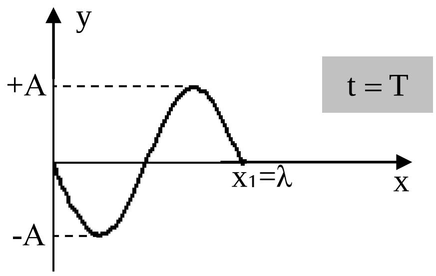
Β) Απομάκρυνση y τη δεδομένη χρονική στιγμή t_1, συναρτήσει της απόστασης από την πηγή (στιγμιότυπο κύματος)

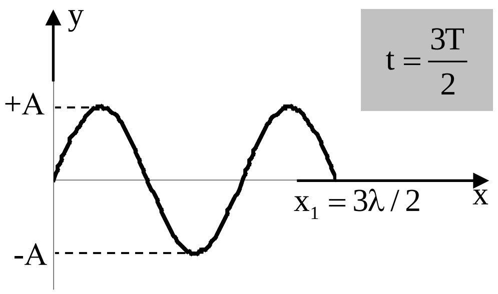
Εξίσωση: $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda})$

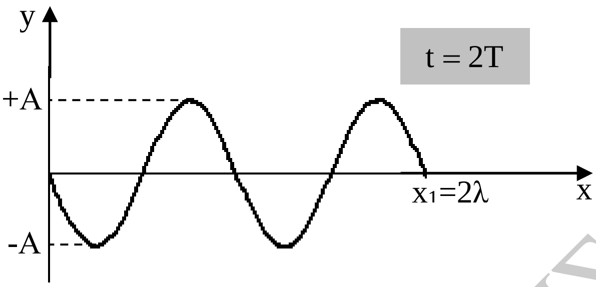
1. *Προσδιορίζουμε σε ποιο σημείο (απόσταση από την πηγή) έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t_1, με τη συνθήκη* $\varphi \ge 0$ *ή τον τύπο $\chi_1=\upsilon t_1$ αν δεν υπάρχει αρχική φάση .*
2. *Ελέγχουμε σε πόσα μήκη κύματος αντιστοιχεί η απόσταση χ_1:* $\frac{x_1}{\lambda}$.
3. *Αντικαθιστούμε στην παραπάνω εξίσωση την τιμή t_1 και όλες τις τιμές του χ που είναι πολλαπλάσια του λ/4 έως την τιμή χ_1 (χ=0, λ/4, λ/2, 3λ/4, λ, … χ_1) και υπολογίζουμε κάθε φορά την τιμή του y.*

ΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

4. *Βάζουμε όλα τα σημεία (ζεύγη τιμών χ,y) σε σύστημα αξόνων χ,y και τα ενώνουμε.*







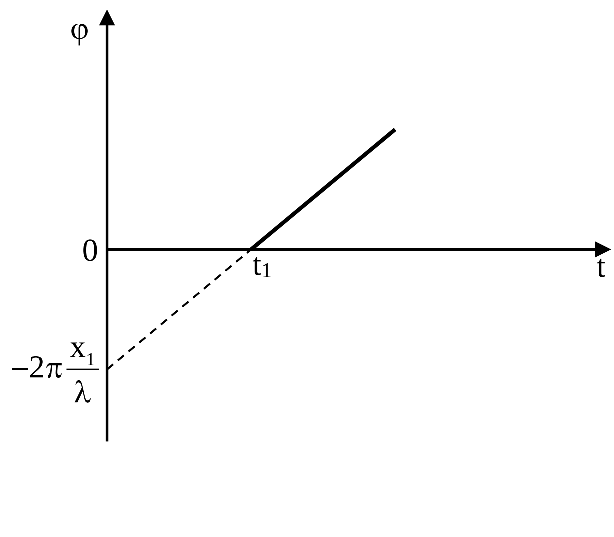
Γ) Φάση ενός σημείου του μέσου, έστω Μ, που απέχει απόσταση χ_1 από την πηγή συναρτήσει του χρόνου

Εξίσωση: $\phi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})$

Υπολογίζουμε σε πόσο χρόνο το κύμα φθάνει στο Μ με τη συνθήκη $\varphi \geq 0$ *ή τον τύπο* $t_1 = \frac{x_1}{\upsilon}$ *αν δεν υπάρχει αρχική φάση. Αυτό σημαίνει ότι για το χρονικό διάστημα* $0 \leq t \leq t_1$ *θα είναι φ=0*

1. *Επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία φτιάχνουμε πίνακα τιμών για δύο σημεία και τα ενώνουμε.*

φ	t
0	$t_1 = x/\upsilon$
$-2\pi\frac{x_1}{\lambda}$	0



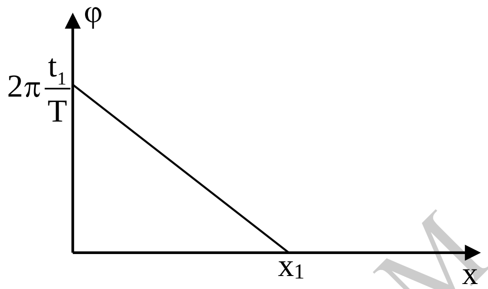
ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

Δ) Φάση τη δεδομένη χρονική στιγμή t_1, σαν συνάρτηση της απόστασης από την πηγή

Εξίσωση: $\phi = 2\pi(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda})$

1. *Υπολογίζουμε σε ποιο σημείο (απόσταση από την πηγή) έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή t_1, με τη συνθήκη $\varphi \geq 0$ ή τον τύπο $\chi_1 = \upsilon t_1$ αν δεν υπάρχει αρχική φάση.*
2. *Επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία φτιάχνουμε πίνακα τιμών για δύο σημεία και τα ενώνουμε. Συγκεκριμένα:*

φ	**x**
0	$x_1 = \upsilon . t_1$
$2\pi\frac{x_1}{\lambda}$	0



Συμβολή κυμάτων

Εξισώσεις – Μεθοδολογία

Έστω δύο σύγχρονες(ίδια συχνότητα και ίδια αρχική φάση) πηγές Π_1 και Π_2 των οποίων τα κύματα διαδίδονται στο ίδιο μέσο και σε ένα σημείο Μ του μέσου, που απέχει αποστάσεις αντίστοιχα r_1 και r_2 από τις δύο πηγές. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του y (εξίσωση ταλάντωσης) σαν συνάρτηση του χρόνου είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{r_1 - r_2}{\lambda})\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda})$$

Από την εξίσωση φαίνεται ότι κάθε σημείο του μέσου ταλαντώνεται με το δικό του χαρακτηριστικό πλάτος:

$$\left|A'\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{r_1 - r_2}{\lambda})\right| \text{ ή } \left|A'\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda})\right|$$

σε αντίθεση με το απλό κύμα όπου όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος. Επίσης όπως φαίνεται από την εξίσωση του πλάτους, υπάρχουν σημεία που ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος Α΄=2Α (**σημεία ενισχυτικής συμβολής**) και σημεία που είναι διαρκώς ακίνητα Α΄=0 (**σημεία αποσβεστικής ή ακυρωτικής συμβολής**).

Η **ταχύτητα** με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Μ σαν συνάρτηση του χρόνου δίνεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = \upsilon_{\tau\alpha\lambda.\max}\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}) = \omega A'\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda})$$

όπου $A' = 2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{r_1 - r_2}{\lambda})$

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

Η **επιτάχυνση** με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Μ σαν συνάρτηση του χρόνου δίνεται από την εξίσωση:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = -\omega^2 A'\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$$

Η **κινητική και δυναμική ενέργεια** ταλάντωσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνονται, αντίστοιχα, από τις εξισώσεις:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{\tau\alpha\lambda.} = \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2\sigma\upsilon\nu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = E_{\tau\alpha\lambda.}\sigma\upsilon\nu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$$

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = E_{\tau\alpha\lambda.}\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$$

- Είναι σε κάθε περίπτωση ευκολότερο να υπολογίσουμε πρώτα το πλάτος ταλάντωσης του σημείου (από την εξίσωση $A' = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right)\right|$) και στη συνέχεια να αντικαθιστούμε στις παραπάνω εξισώσεις.
- Όπως φαίνεται κάθε σημείο του μέσου έχει τη δική του ενέργεια ταλάντωσης που θα είναι: $E_{\tau\alpha\lambda.} = \frac{1}{2}DA'^2$

➢ *Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε την απομάκρυνση (ή την ταχύτητα, επιτάχυνση κ.λ.π.) ενός σημείου μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_0 είναι απαραίτητο πρώτα να ελέγξουμε αν έχουν φθάσει και τα δύο κύματα στο συγκεκριμένο σημείο τη χρονική στιγμή t_0. Έστω , λοιπόν, ένα σημείο Μ που απέχει αποστάσεις αντίστοιχα r_1 και r_2 (με $r_2 > r_1$) από τις δύο πηγές. Έτσι , χρειάζεται χρόνο $t_1 = \frac{r_1}{\upsilon}$ για να φθάσει το κύμα από την πηγή $Π_1$ και χρόνο $t_2 = \frac{r_2}{\upsilon}$ για να φθάσει από την πηγή $Π_2$ (όπου $t_2>t_1$).*

Τότε η απομάκρυνση του σημείου Μ θα είναι ίση με:

$y=0$ *για* $0 \le t_0 \le t_1$

$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_0}{T}-\frac{r_1}{\lambda}\right)$ *για* $t_1 \le t_0 \le t_2$

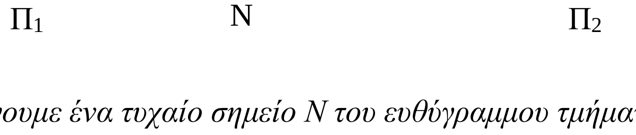
$y = 2A\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1-r_2}{\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_0}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$ *για* $t_0 \ge t_2$

- Η συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε να είναι ένα σημείο του μέσου σημείο ενισχυτικής συμβολής είναι $|r_1 - r_2| = N\lambda$ με N=0,1,2,3,…

Ενώ για να είναι σημείο αποσβεστικής συμβολής

$$|r_1 - r_2| = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \text{ με } N=0,1,2,3,\ldots$$

➢ *Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα (μήκουςd) που συνδέει τις δύο πηγές τον αριθμό των σημείων ενισχυτικής συμβολής ακολουθούμε τα εξής:*



1. *Επιλέγουμε ένα τυχαίο σημείο Ν του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ και ονομάζουμε χ την απόσταση από το $Π_1$.*
2. *Γράφουμε τη συνθήκη που ισχύει για τα σημεία ενισχυτικής συμβολής*

$$|r_1 - r_2| = N\lambda$$

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

$$|x-(d-x)| = N\lambda$$
$$|2x-d| = N\lambda$$
$$2x-d = \pm N\lambda$$

3. *Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς χ παίρνουμε τις εξής λύσεις:*

$$x = \pm N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2}$$

4. *Βάζουμε τον περιορισμό* $0 \le x \le d$ *στον οποίο αντικαθιστούμε το χ από τις παραπάνω λύσεις.*
5. *Από το εύρος τιμών επιλέγουμε μόνο τις ακέραιες.*
6. *Το πλήθος των ακεραίων τιμών του ν δίνει και τον ζητούμενο αριθμό των σημείων ενισχυτικής συμβολής*

Παράδειγμα

Έστω δύο πηγές Π_1 και Π_2 αρμονικών κυμάτων μήκους κύματος λ=0,4m. Αν οι πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=0,8m, να βρεθούν πόσα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος

1. *Επιλέγουμε ένα τυχαίο σημείο Ν του ευθύγραμμου τμήματος* $\Pi_1\Pi_2$ *και ονομάζουμε χ την απόσταση από το* Π_1.
2. *Γράφουμε τη συνθήκη που ισχύει για τα σημεία ενισχυτικής συμβολής*

$$|r_1 - r_2| = N\lambda$$
$$|x-(d-x)| = N\lambda$$
$$|2x-d| = N\lambda$$
$$2x-d = \pm N\lambda$$

3. $x = \pm N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} \Rightarrow x = \pm 0,2N + 0,4$
4. $0 \le \pm 0,2N + 0,4 \le d \Rightarrow -2 \le \pm N \le 2$ *δηλαδή Ν=-2,-1,0,1,2*
5. *Άρα υπάρχουν 5 σημεία ενισχυτικής συμβολής (3 συν οι 2 πηγές)*
   - ✓ *Όμοια εργαζόμαστε και για την περίπτωση σημείων αποσβεστικής συμβολής*

Στάσιμο κύμα

Εξισώσεις – Μεθοδολογία

Έστω δύο κύματα του ίδιου πλάτους και της ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετη φορά. Η εξίσωση της **απομάκρυνσης** y (εξίσωση ταλάντωσης) σαν συνάρτηση του χρόνου ενός σημείου Μ του μέσου, που απέχει απόσταση χ από την πηγή, είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$$

Από την εξίσωση φαίνεται ότι **κάθε σημείο του μέσου ταλαντώνεται με το δικό του χαρακτηριστικό πλάτος**:

$$|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right|$$

σε αντίθεση με το απλό κύμα όπου όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος. Επίσης, όπως φαίνεται από την εξίσωση του πλάτους, υπάρχουν σημεία που ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος Α΄=2Α (**κοιλίες**) και σημεία που είναι διαρκώς ακίνητα Α΄=0 (**δεσμοί**).

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

Η **ταχύτητα** με την οποία ταλαντώνεται στο σημείο Μ σαν συνάρτηση του χρόνου δίνεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = \upsilon_{\tau\alpha\lambda.max}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi t}{T} = \omega A'\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi t}{T}$$

Η **επιτάχυνση** με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Μ σαν συνάρτηση χρόνου δίνεται από την εξίσωση:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu\frac{2\pi t}{T} = -\omega^2 A'\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$$

Η **κινητική** και η **δυναμική** ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Μ σαν συνάρτηση χρόνου δίνονται αντίστοιχα, από τις εξισώσεις:

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{\tau\alpha\lambda.} = \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2\sigma\upsilon\nu^2\frac{2\pi t}{T} = E'\sigma\upsilon\nu^2\frac{2\pi t}{T}$$

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2\eta\mu^2\frac{2\pi t}{T} = E'\eta\mu^2\frac{2\pi t}{T}$$

- Είναι σε κάθε περίπτωση ευκολότερο να υπολογίσουμε πρώτα το πλάτος ταλάντωσης του σημείου (από την εξίσωση $A' = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}$) και στη συνέχεια να αντικαθιστούμε στις παραπάνω εξισώσεις.
- Όπως φαίνεται κάθε σημείο του μέσου έχει τη δική του ενέργεια ταλάντωσης που θα είναι: $E' = \frac{1}{2}DA'^2$
- Η συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε ένα σημείο να είναι κοιλία ή δεσμός αντίστοιχα:

$$x = N\frac{\lambda}{2} \qquad \text{κοιλία}$$

$$x = (2N+1)\frac{\lambda}{4} \qquad \text{δεσμός}$$

- *Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των κοιλιών που σχηματίζονται μεταξύ δύο σημείων του μέσου, Μ και Ν, που απέχουν αντίστοιχα αποστάσεις χ₁ και χ₂ από την πηγή, δουλεύουμε ως εξής:*

1. *Γράφουμε τη συνθήκη που ισχύει για τις κοιλίες* $x = N\frac{\lambda}{2}$
2. *Βάζουμε τον περιορισμό* $x_1 \le x \le x_2$ *στον οποίο αντικαθιστούμε το χ από την παραπάνω σχέση.*
3. *Από το εύρος τιμών του Ν επιλέγουμε μόνο τις ακέραιες.*
4. *Το πλήθος των ακεραίων τιμών του Ν δίνει και τον ζητούμενο αριθμό των κοιλιών*

Παράδειγμα

Έστω δύο κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος λ=0,2 m, που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετη φορά. Να βρεθεί το πλήθος των κοιλιών που σχηματίζονται μεταξύ δύο σημείων Μ και Ν, που απέχουν αντίστοιχα αποστάσεις χ_1=0,15 m και χ_2=0,55 m από την πηγή.

1. $x = 0{,}1N$
2. $0{,}15 \le 0{,}1N \le 0{,}55 \Rightarrow 1{,}5 \le N \le 5{,}5$
3. *δηλαδή Ν=1,2,3,4,5*
4. *Άρα υπάρχουν 5 κοιλίες μεταξύ των δύο σημείων*
   - ✓ *Όμοια εργαζόμαστε και για την περίπτωση δεσμών*

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

➢ *Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε κατά μήκος μιας χορδής, μήκους d, το πλήθος των κοιλιών και των δεσμών που σχηματίζονται, δημιουργούμε τις εξής σχέσεις:*

Α) χορδή με ελεύθερο το ένα άκρο

$$d = (N-1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \qquad N=1,2,3,\ldots$$

όπου Ν ο αριθμός των κοιλιών ή των δεσμών

Β) χορδή με πακτωμένα και τα δύο άκρα

$$d = N\frac{\lambda}{2} \qquad N=1,2,3,\ldots$$

όπου Ν ο αριθμός των κοιλιών και Ν+1 ο αριθμός των δεσμών

Γ) χορδή με ελεύθερα και τα δύο άκρα

$$d = N\frac{\lambda}{2} \qquad N=1,2,3,\ldots$$

όπου Ν ο αριθμός των δεσμών και Ν+1 ο αριθμός των κοιλιών

Φάση του στάσιμου κύματος

Μέσα σε μια άτρακτο που ορίζεται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, όλα τα σημεία ταλάντωσης ταλαντώνονται με την ίδια φάση ενώ τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών ατράκτων ταλαντώνονται με διαφορά φάσης π. Αυτό σημαίνει ότι:

Α)τα σημεία της ίδιας ατράκτου ταυτόχρονα περνούν από τη θέση ισορροπίας τους με την ίδια φορά ταχύτητας και ταυτόχρονα βρίσκονται στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης τους.

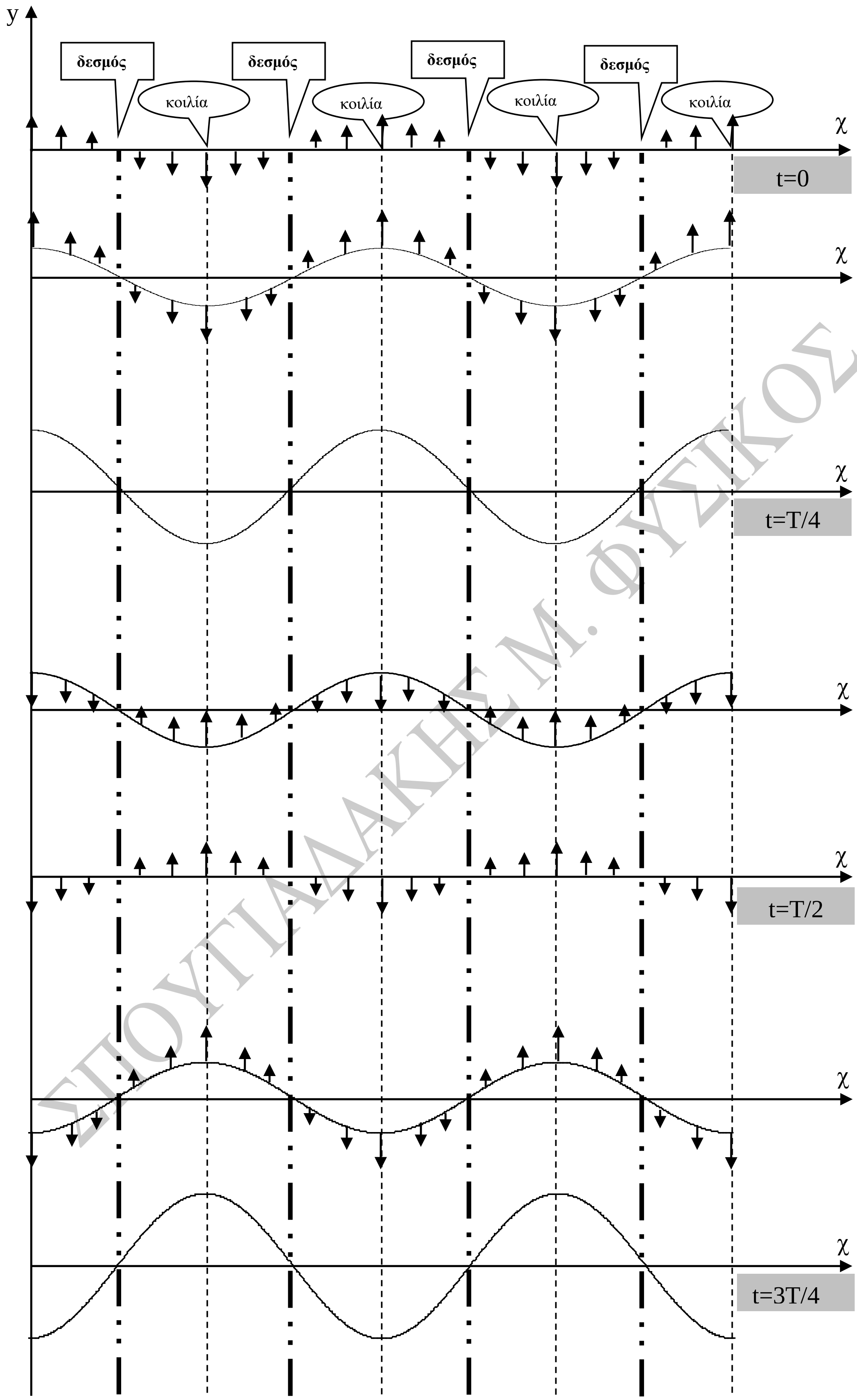
Β)τα σημεία δύο διαδοχικών ατράκτων περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους αλλά με αντίθετη φορά ταχύτητας και όταν τα σημεία της μιας ατράκτου βρίσκονται στις θέσεις μέγιστης θετικής απομάκρυνσης τους της άλλης βρίσκονται στις θέσεις μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσής τους και αντίστροφα.

<u>Γενικά</u>:
Όταν μεταξύ δύο σημείων υπάρχει περιττός αριθμός δεσμών, τότε οι ταλαντώσεις των δύο αυτών σημείων έχουν διαφορά φάσης π rad.
Όταν μεταξύ των σημείων δεν υπάρχει δεσμός ή υπάρχει άρτιος αριθμός δεσμών, τότε οι ταλαντώσεις των δύο αυτών σημείων έχουν διαφορά φάσης ίση με μηδέν.

Στιγμιότυπο στάσιμου κύματος

Με βάση τις παρατηρήσεις για τη φάση του στάσιμου κύματος προκύπτει εύκολα το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος. Οι δεσμοί είναι κάθε χρονική στιγμή ακίνητοι, άρα y=0. Η κάθε κοιλία έχει με την διαδοχική της διαφορά φάσης π και εκτελεί κανονικά μια πλήρη ταλάντωση σε χρόνο Τ. Όλα τα υπόλοιπα σημεία του μέσου(πλην των δεσμών) εκτελούν επίσης κανονικά μια πλήρη ταλάντωση σε χρόνο Τ, αλλά με πλάτη διαφορετικά μεταξύ τους και πάντοτε μικρότερα των κοιλιών.

ΣΠΟΥΓΙΑΛΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ



ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

ΤΡΕΧΟΝ ΚΥΜΑ

1. Όταν μας δίνουν την εξίσωση ενός κύματος και πρέπει να υπολογίσουμε το μήκος κύματος, την περίοδο ή το πλάτος της ταλάντωσης του κύματος, μετασχηματίζουμε την εξίσωση που μας δίνεται στη γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

2. Από την εξίσωση του κύματος προκύπτει η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης ενός υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του: $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Επομένως οι αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της ταλάντωσης του υλικού σημείου είναι:

$$\upsilon_{\tau\alpha\lambda} = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ και } \alpha = -\omega^2 A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

3. Η εξίσωση του κύματος ισχύει και για τις αρνητικές τιμές του χ, εφόσον το κύμα διαδίδεται και στον αρνητικό ημιάξονα του χ΄Οχ.

4. Όταν το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα χ΄Οχ και το υλικό σημείο βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα έχει εξίσωση ταλάντωσης y=Αημωt, τότε η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$

5. Η φάση της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου του ελαστικού μέσου είναι φ>0 κάθε χρονική στιγμή μετά το ξεκίνημα της ταλάντωσης του υλικού σημείου. Τη χρονική στιγμή που φτάνει το κύμα στο σημείο αυτό είναι φ=0, ενώ οποιαδήποτε άλλη στιγμή που δεν έχει φθάσει ακόμη το κύμα, στο σημείο αυτό προκύπτει φ<0

6. Η μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου μεταξύ δύο χρονικών στιγμών $\Delta t=t_2-t_1$, υπολογίζεται από τη σχέση : $\mathbf{\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t}$

7. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή υπολογίζεται από τη σχέση: $\mathbf{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\chi}$, όπου Δχ η απόσταση των δύο σημείων.

8. Με τον τύπο $\mathbf{\Delta\varphi = \omega.\Delta t}$ υπολογίζουμε:

i) Τη διαφορά φάσης μεταξύ δύο υλικών σημείων, αν γνωρίζουμε τη χρονική τους διαφορά Δt,

ii) τη μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου μεταξύ δύο χρονικών στιγμών t_1 και t_2 με $\Delta t=t_2-t_1$.

9. Όταν μας δίνουν την απομάκρυνση ενός υλικού σημείου μια χρονική στιγμή t_1 και μας ζητούν την απομάκρυνση ενός άλλου υλικού σημείου την ίδια χρονική στιγμή t_1, είναι χρήσιμο να βρίσκουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων των σημείων αυτών.

10. Το κύμα διαδίδεται από σημείο μεγαλύτερης φάσης προς τα σημεία μικρότερης φάσης.

11. Ένας σίγουρος τρόπος για να βρίσκουμε τη θέση του πιο μακρινού σημείου από την αρχή Ο που ξεκινά να ταλαντώνεται κάποια χρονική στιγμή t_1 είναι να θέτουμε στην εξίσωση της φάσης του κύματος, όπου $t=t_1$ και όπου φ=0. Λύνοντας την εξίσωση ως προς χ και βρίσκουμε το σημείο αυτό.

12. Ένας σίγουρος τρόπος για να βρίσκουμε τη χρονική στιγμή που ξεκινά να ταλαντώνεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $\chi=\chi_1$ είναι να θέτουμε στην εξίσωση της φάσης του κύματος, όπου $\chi=\chi_1$ και όπου φ=0. Λύνοντας την εξίσωση ως προς t βρίσκουμε τη χρονική στιγμή που ξεκινά να ταλαντώνεται το σημείο αυτό.

ΜΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

13. Δύο υλικά σημεία του ελαστικού μέσου έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα όταν η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων τους είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π : $\Delta\varphi=2\kappa\pi$, με κ=1,2,3,…

14. Η έκφραση αρχική φάση ενός αρμονικού κύματος σημαίνει ότι το κύμα τη χρονική στιγμή t=0 έχει ήδη διαδοθεί πέρα από το σημείο Ο που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων (χ=0). Στην περίπτωση αυτή, η ταλάντωση του σημείου Ο έχει θετική αρχική φάση, η οποία αποτελεί κριτήριο για το πόσο μακριά από το σημείο Ο έχει διαδοθεί το κύμα τη χρονική στιγμή t=0. Για παράδειγμα, αν η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Ο έχει αρχική φάση $\varphi_0=2\pi$ σημαίνει ότι την χρονική στιγμή t=0 το σημείο Ο έχει ήδη εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση και επομένως το κύμα έχει διαδοθεί πέρα από το Ο κατά ένα μήκος κύματος. Η εξίσωση του κύματος όταν υπάρχει αρχική φάση φ_0 διαμορφώνεται ως εξής: $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+\frac{\phi_0}{2\pi})$

***Παρατήρηση**: α)Η αρχική φάση φ_o βρίσκεται θέτοντας στη φάση χ=0 και t=0.*

***β)** θέτοντας στη φάση $\phi = 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+\frac{\phi_0}{2\pi})$ όπου t=0 και όπου φ=0 βρίσκουμε που έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή μηδέν (t=0)*

ΣΥΜΒΟΛΗ

15. Στη συμβολή η διαφορά των δύο ταλαντώσεων που εκτελεί ένα σημείο Κ οφείλεται στη χρονική διαφορά άφιξης των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό.

16. Στη συμβολή τα σημεία ενισχυτικής συμβολής ικανοποιούν την σχέση:

$$|r_1-r_2| = N\lambda \text{ με } N=0,1,2,3,\dots$$

Ενώ για να είναι σημείο ακυρωτικής συμβολής

$$|r_1-r_2| = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \text{ με } N=0,1,2,3,\dots$$

17. Το πλάτος της συνιστάμενης ταλάντωσης (στη συμβολή) υπολογίζεται από τον τύπο: $|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{r_1-r_2}{\lambda})\right|$

18. Ένα σημείο Ζ στο οποίο συμβάλουν δύο κύματα που προέρχονται από δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα με αποστάσεις $\chi_1<\chi_2$ δεν ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0. Μέχρι να φθάσει το πρώτο κύμα, το σημείο είναι ακίνητο. Από τη στιγμή που φθάνει το πρώτο κύμα (που προέρχεται από την πηγή Π_1) και μέχρι να φθάσει το δεύτερο κύμα από την πηγή Π_2 η εξίσωση της ταλάντωσης του είναι:

$y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda})$ ενώ από τη στιγμή που φθάνει και το δεύτερο κύμα η εξίσωση της ταλάντωσης του είναι: $y = 2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{x_1-x_2}{\lambda})\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda})$. Έτσι γενικά η κίνηση του σημείου περιγράφεται ως εξής:

άν $x_1<x_2$ τότε:	
$\mathbf{y_Z = 0}$	**γιά** $\mathbf{0 \le t \le \frac{x_1}{\upsilon}}$
$\mathbf{y_Z = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda})}$	**γιά** $\mathbf{\frac{x_1}{\upsilon} \le t \le \frac{x_2}{\upsilon}}$
$\mathbf{y_Z = 2A\sigma\upsilon\nu\pi(\frac{x_1-x_2}{\lambda})\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda})}$	**γιά** $\mathbf{t \ge \frac{x_2}{\upsilon}}$

<u>ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ</u>

19. Όταν οι εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων που δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι της μορφής: $y_1 = Αημ2π(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ})$ και $y_2 = Αημ2π(\frac{t}{T} + \frac{x}{λ})$ τότε κ**αι <u>μόνο τότε</u> το στάσιμο κύμα** έχει εξίσωση της μορφής: $\mathbf{y = 2Ασυν\frac{2πx}{λ}ημ\frac{2πt}{T}}$ **<u>και στο σημείο Ο (χ=0) δημιουργείται κοιλία</u>**. Τότε οι θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αντίστοιχα δίνονται από τις σχέσεις:

Δεσμοί: $x_δ = (2N+1)\frac{λ}{4}$ με $N = 0, \pm1, \pm2, ...$

Κοιλίες: $x_κ = N\frac{λ}{2}$ με $N = 0, \pm1, \pm2, ...$

<u>Προσοχή</u> *όμως αν οι εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων που δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι της μορφής:* $y_1 = Αημ2π(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ})$ *και* $y_2 = Αημ2π(\frac{t}{T} + \frac{x}{λ} + \frac{1}{2})$ *τότε η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:* $y = 2Ασυν(\frac{2πx}{λ} + \frac{π}{2})ημ(\frac{2πt}{T} + \frac{π}{2})$

*οπότε για τους **δεσμούς** θα έχω:*

$$συν(\frac{2πx}{λ} + \frac{π}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{2πx}{λ} + \frac{π}{2} = (2N+1)\frac{π}{2} \Rightarrow \boxed{x_δ = N\frac{λ}{2}} \qquad N = 0, \pm1, \pm2, ...$$

*Ενώ για τις **κοιλίες** θα έχω:*

$$συν(\frac{2πx}{λ} + \frac{π}{2}) = \pm1 \Rightarrow \frac{2πx}{λ} + \frac{π}{2} = Nπ \Rightarrow \boxed{x_k = (2N-1)\frac{λ}{4}} \qquad N = 0, \pm1, \pm2, ...$$

20. Ένας τρόπος για να βρίσκουμε αν ένα σημείο είναι δεσμός ή κοιλία είναι να αντικαθιστούμε στον τύπο του πλάτους $|A'| = \left|2Ασυν\frac{2πx}{λ}\right|$ όπου χ την τετμημένη του σημείου αυτού. Αν προκύψει $|A'|$=0 τότε θα είναι δεσμός ενώ αν προκύψει $|A'|$=2A θα είναι κοιλία. Σε κάθε άλλη περίπτωση έχουμε $0 < |A'| < 2A$ οπότε τότε δεν είναι ούτε δεσμός ούτε κοιλία.

Ένας άλλος τρόπος είναι να αντικαθιστούμε στον τύπο που μας δίνει τις θέσεις των κοιλιών ή των δεσμών την τετμημένη χ του σημείου αυτού. Αν είναι δεσμός η κοιλία, τότε η τιμή του Ν θα προκύψει ακέραια.

21.Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ισούται με λ/2. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών ισούται με λ/2. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της πλησιέστερης σε αυτόν κοιλίας είναι λ/4(**με απόδειξη**)

$$d_{δ-κ} = |χ_δ - χ_κ| = \left|(2N+1)\frac{λ}{4} - N\frac{λ}{2}\right| \Rightarrow \boxed{d_{δ-κ} = \frac{λ}{4}}$$

22. Όταν μεταξύ δύο σημείων υπάρχει περιττός αριθμός δεσμών, τότε οι ταλαντώσεις των δύο αυτών σημείων έχουν διαφορά φάσης π rad.

Όταν μεταξύ των σημείων δεν υπάρχει δεσμός ή υπάρχει άρτιος αριθμός δεσμών, τότε οι ταλαντώσεις των δύο αυτών σημείων έχουν διαφορά φάσης ίση με μηδέν.

23. όταν ένα κύμα ανακλάται σε ακλόνητο εμπόδιο έχουμε αλλαγή στη φάση του κατά π rad.

Οπότε αν το προσπίπτων κύμα έχει εξίσωση:

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ

$y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ τότε το ανακλώμενο έχει εξίσωση $y = A\eta\mu\left[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \pi\right]$

αν το προσπίπτων κύμα έχει εξίσωση:

$y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$ τότε το ανακλώμενο έχει εξίσωση $y = A\eta\mu\left[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \pi\right]$

24. Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε κατά μήκος μιας χορδής, μήκους d, το πλήθος των κοιλιών και των δεσμών που σχηματίζονται, δημιουργούμε τις εξής σχέσεις:

Α) χορδή με ελεύθερο το ένα άκρο

$d = (N-1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$ **N=1,2,3,…**

ή

$d = (2N-1)\frac{\lambda}{4}$ **N=1,2,3,…**

όπου N ο αριθμός των κοιλιών ή των δεσμών

Β) χορδή με πακτωμένα και τα δύο άκρα

$d = N\frac{\lambda}{2}$ **N=1,2,3,…**

όπου N ο αριθμός των κοιλιών και N+1 ο αριθμός των δεσμών

Γ) χορδή με ελεύθερα και τα δύο άκρα

$d = N\frac{\lambda}{2}$ **N=1,2,3,…**

όπου N ο αριθμός των δεσμών και N+1 ο αριθμός των κοιλιών

ΣΠΟΥΓΙΑΔΑΚΗΣ Μ. ΦΥΣΙΚΟΣ